



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Dilatans

Jensen, Jens Kristian Jehrbo

Publication date:
1980

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):
Jensen, J. K. J. (1980). *Dilatans*. Institut for Bygningsteknik, Aalborg Universitet. U/ Nr. 8001

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

INSTITUTTET FOR BYGNINGSTEKNIK

INSTITUTE OF BUILDING TECHNOLOGY AND STRUCTURAL ENGINEERING

AALBORG UNIVERSITETSCENTER · AUC · AALBORG · DANMARK

JENS KR. JEHRBO JENSEN

DILATANS

FEBRUAR 1980

ISSN 0105 - 8185 NOTE NR. 8001

DILATANS

Indledning

Dilatans er et fænomen, som kan optræde, når tætpakkede partikelsystemer udsættes for en forskydningspåvirkning. Et velkendt eksempel fra dagligdagen illustrerer ret klart, hvad fænomenet går ud på.

Går man på en strandbred i vandkanten, observerer man, at sandet omkring ens fod bliver mere tørt end før man satte foden. Står man stille et øjeblik, bliver sandet normalt fugtigt igen, og løfter man foden, ser man, at sandet under foden hurtigt bliver vådt igen.

Når vandet skyller op på strandbredden efterlades sandet vandmættet, idet vandet bindes til sandet ved kapillære kræfter. Når foden trykker på sandet, sker der en forskydning af sandpartiklerne i forhold til hinanden, hvilket medfører, at der skabes hulrum i sandet, som giver plads til mere vand. Dette vand kommer fra det omliggende sand, enten ved at vandoverfladen sænkes, idet den kapillære tiltrækning overvindes, eller at vand trækkes fra mellemrummene i det omkringliggende sand. Dette tager sin tid, så først ser man sandet blive mat, og dernæst bliver det vandrigt igen. Når fodtrykket fjernes, vender sandet delvis tilbage igen til udgangstilstanden, og overskudsvandet frigøres på overfladen.

Teori

Allerede i 1885 beskrev Reynolds fænomenet (7), dels ud fra daglige oplevelser, dels ud fra et mere filosofisk synspunkt. I det følgende skal nogle væsentlige elementer i Reynolds' fremstilling omtales.

Indledningsvis gør han opmærksom på, at man ved opstilling af mange teorier for partikelmaterialeopførsel regner med, at partiklerne er ideale, stive og glatte, selvom praksis jo kan opvise et stort antal partikelsystemer, hvor f.eks. friktionen mellem partiklerne spiller en rolle for det samlede systems opførsel. Reynolds nævner selv systemer som sand, småsten, korn og hagl.

Reynolds peger på eksistensen af en fundamental egenskab af et granulært medium, d.v.s. et system, hvor partiklerne er i nær kontakt

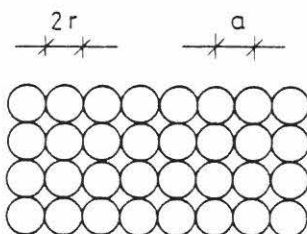
med hinanden, hvilket ikke er tilfældet hos væsker eller faste stoffer. Egenskaben kaldes DILATANS og defineres som den ændring af det samlede volumens størrelse, der sker, når systemet udsættes for en forskydningspåvirkning, som normalt kun bevirker en ændring af det samlede volumens form (dilation). Sagt på en anden måde betyder dilatans, at systemet efter forskydningspåvirkningen ikke længere har bevaret sin kontinuitet, hvilket er tilfældet ved en ren dilation.

Partikelsystemer bestående af hårde korn opfører sig væsentlig forskelligt for væsker og faste stoffer. Så længe kornene er i gensidig spændingsligevegt, vil enhver ændring af den relative position af kornene betyde en defineret ændring af volumenet, og hvis volumenet er fastholdt, vil formændring være forhindret.

Det antages, at positionen af enhver indre partikel er fastlagt, når positionen af de omkringliggende partikler er det. Denne betingelse er kun helt opfyldt, hvis der ingen friktion er mellem partiklerne. Som følge af denne antagelse kan ingen partikel i det indre ændre sin position i systemet uden at forstyrre nabopartiklerne. Det betyder, at uanset hvilken ændring systemet undergår, vil en given partikel være omgivet af de samme nabopartikler.

Hvis nu mediet udsættes for en deformation, vil strukturen af en gruppe partikler være bestemt af strukturen af de omkringliggende grupper. Et eksempel vil illustrere dette.

Et kuglearrangement, hvor de inderste kugler ikke kan bevæge sig, når de yderste er fastholdt, vil ved en forskydning få en ændring i middeldensiteten afhængig af forskydningen og kuglearrangementet. Arrangeres kuglerne som vist på figur 1, bliver nabokuglernes centre hjørner i en terning med en kantlængde $a = 2r$, hvor r er kuglens radius.



Figur 1. Simple kubisk opbygning (skematisk, 1 plan).

Volumen af en terning = a^3 og volumen af en kugle = $\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi}{6} a^3$.

Da 8 terninger støder sammen i hvert af de 8 hjørner, bliver terningens densitet

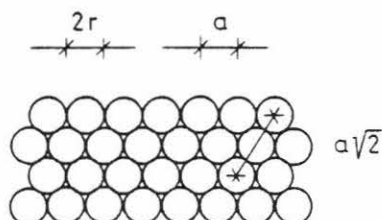
$$\frac{\pi}{6} \frac{a^3}{a^3} = \underline{\underline{0,52}}$$

med en kugledensitet på 1.

Arrangeres kuglerne som vist på figur 2, ligger en kugle nu i "mellemrummet" mellem to underliggende kugler. Herved danner 3 skråtliggende kugler en fladediagonal. Med en kugleradius = r og en kantlængde = a bliver $a\sqrt{2} = 4r$. I denne opbygning er der $6 \cdot \frac{1}{2} + 8 \cdot \frac{1}{8} = 4$ kugler pr. terning, d.v.s. at systemets densitet bliver

$$\frac{4 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{3 \cdot a^3} = \frac{16 \pi r^3}{3 \cdot (2\sqrt{2})^3 r^3} = \frac{\pi}{6} \sqrt{2} = \underline{\underline{0,74}}$$

med en kugledensitet på 1.



Figur 2. Fladecentreret kubisk opbygning (skematisk, 1 plan).

Det ses altså, at ved overgang fra den simple til den fladecentrerede opbygning stiger densiteten med en faktor $\sqrt{2}$.

Begge kuglearrangementer er defineret ud fra kuglerne i grænsefladerne, og i hvert tilfælde vil en deformation være betinget af en volumenændring, idet hver af disse former kan ændres til den anden ved at ændre grænsefladerne. I begge tilfælde er strukturen krystallinsk, men det skyldes de plane grænseflader. I praksis, hvor grænserne ikke er plane, eller når kornene er af forskellig størrelse eller form, består et sådant medium af mere eller mindre krystallinske grupper, som har deres akser i forskellige retninger, således at materialet udadtil er amorft.

Reynolds anfører, at for amorfe medier er det vanskeligt at vurdere endeligt, hvilke relationer der er mellem forskydning og udvidelse. Når et system både er amorft og isotropt, synes det rimeligt at antage, at en lille deformation ved en tilstand med maksimal densitet medfører en lige så stor og modsat rettet deformation vinkelret derpå. Hvis kontraktionen fortsætter, ophører mediet med at være isotropt, og systemet er nu i en tilstand med minimal densitet, og en yderligere kontraktion i samme retning bevirker en volumenkontraktion, som fortsætter indtil den maksimale densitet er nået igen.

Eksperimenter

Reynolds omtaler nu en række forsøg til illustration af fænomenet dilatans. Tager man en ueftergivelig pose (sejldug) og fylder den halvt op med hårde kugler, vil man kunne ændre posens form ved at flytte rundt på indholdet. Fyldes posen derimod næsten helt op, vil en ganske ringe deformation bevirke, at posen bliver hård. Posen har en stiv form, når den fyldes helt ud, således at enhver deformation, som formindsker kapaciteten, medfører, at indholdet, som ikke fylder posen før deformationen, gør det efter denne.

Tager man i stedet en eftergivelig pose (gummi), vil denne pose helt fyldt op med kugler kunne antage forskellige former, fordi posens kapacitet ikke ændres, når den deformeres. I denne tilstand viser gummiposen mindre af indholdets egenskaber end sejldugsposen, men man vil være i stand til at måle det eksakte volumen af indholdet. Fylder man nu mellemrummene ud med vand, således at posen bliver helt fuld uden luftbobler, finder man, at posen nu er fuldstændig stiv i den tilstand, posen er lukket i. Så længe kuglearrangementet er sådan, at der er vand nok til at fylde hulrummene ud, er kuglerne frie, men etableringen af et nyt kuglearrangement, som kræver mere plads, bliver forhindret af atmosfæretrykket.

Forbinder man gummiposen til et målekar, er man i stand til at bestemme, hvor meget vand, der strømmer ind og ud ved påførte bevægelser. Tænker man sig, at materialet findes i posen med den største densitet, vil en forskydningspåvirkning af posen bevirke, at vandet flyder ind i posen, og flydehastigheden vil være stor til at begynde med for efterhånden at aftage til nul. Nu er materialet i mid-

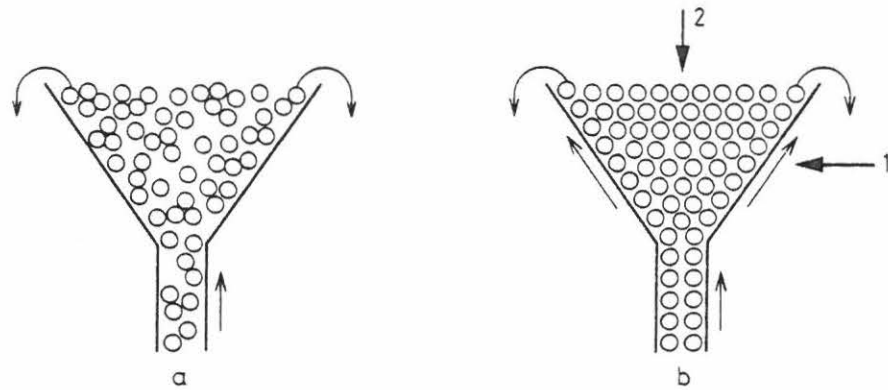
del pakket svarende til minimal densitet. Alle dele i systemet er ikke i samme tilstand, fordi forskydningen ikke er ens alle steder. Nogle områder har passeret maksimumtilstanden, men andre har ikke nået den. Det betyder, at ved en yderligere forskydning vil dilation af de sidste ophæve kontraktion af de første. Fortsættes med at forskyde, begynder vandet at flyde ud indtil ca. det halve af den mængde, der er flydt ind, er flydt ud. Derefter begynder det at flyde ind igen. Man kan ikke ved deformation komme tilbage til en tilstand med ensartet maksimal densitet, fordi deformationen ikke er homogen. Forsøg viser, at de mængder vand, der flyder ind ved overgang fra maksimal densitet til minimal, er ca. 10% af posens volumen. Med et densitetsforhold på $\sqrt{2}$ bliver volumenforholdet $= \frac{1}{\sqrt{2}}$. Det betyder, at volumenet ved den høje densitet er $\frac{1}{\sqrt{2}} = 70\%$ af volumenet ved den lave densitet, hvilket giver ca. 30% volumen med plads til vand.

Årsagen til dette misforhold er, at kuglerne ikke vender tilbage til den oprindelige tilstand, fordi posens formelasticitet er meget mindre end dens volumenelasticitet, hvilket betyder, at genvinding kun finder sted, så længe der sker en volumenkontraktion.

Friction

Reynolds behandler også spørgsmålet om friktion ved grænsefladerne. Så længe partiklerne kan følge med grænsefladerne, f. eks. ved gumiposen spiller friktionen kun en ringe rolle. Men er grænsefladen fast, vil pakningstætheden af kuglerne være forskellig her i forhold til det indre i systemet. Effekten kaldes en vægeffekt, og det betyder, at laget lige ved den faste overflade kan glide lettere imellem denne og laget nedenunder, hvilket bevirker, at der går en strøm af kugler langs overfladen ved en given forskydning i grænsefladen.

Reynolds illustrerer dette ved to forsøg. I det ene forsøg fyldes en almindelig glastragt med en blanding af hagl og olie (figur 3 a). Ved hjælp af en slange og en forrådsbeholder tvinges nye hagl op igennem stilken af tragten. Herved vil overskudshagl flyde ud over kanten, og i begyndelsen vil hele overfladen bevæge sig. Reynolds opdagede, at efter nogen tid ændrede strømningsbilledet sig. Ser man ind på



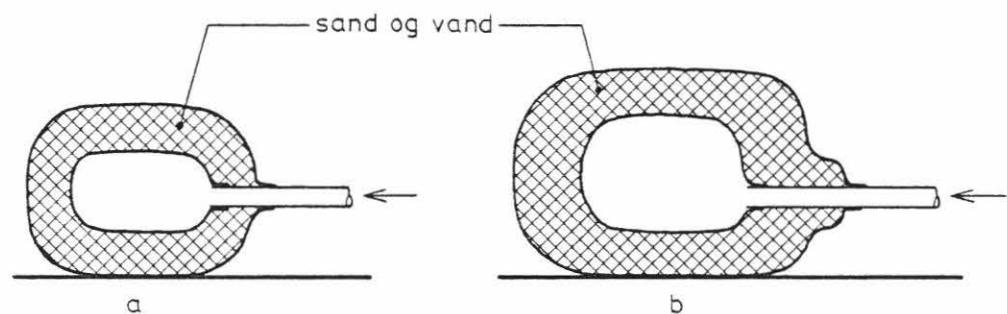
Figur 3. Tragtforsøg.

- a. alle kugler i bevægelse.
- b. grænsefladebevægelse.

tragten i retning 1 (figur 3b), opdager man, at haglene bevæger sig meget hurtigere langs de skrå tragtsider end før. Betragtes systemet lodret nedad (retning 2), ligger haglene i midten på samme niveau uden væsentlig forstyrrelse.

Det andet forsøg består i, at man fylder en gummisæk med en blanding af sand og vand. I det indre af posen er placeret en mindre gummipose, som står i forbindelse med en pumpe gennem et glasrør (figur 4a).

Ved at presse vand ind i den inderste pose, vil der ske en generel ekspansion af den store pose til at begynde med. Men efter nogen tid vil en yderligere indpresning bevirke, at den ydre pose buler



Figur 4. Sandforsøg (skematisk).

- a. system
- b. udbuling.

mere ud i nærheden af, hvor glasrøret går igennem væggen. Glasrøret virker altså som leder af sandet fra den umiddelbare nærhed af den indre pose til den ydre på samme måde som glastragten i det første forsøg, se figur 4 b.

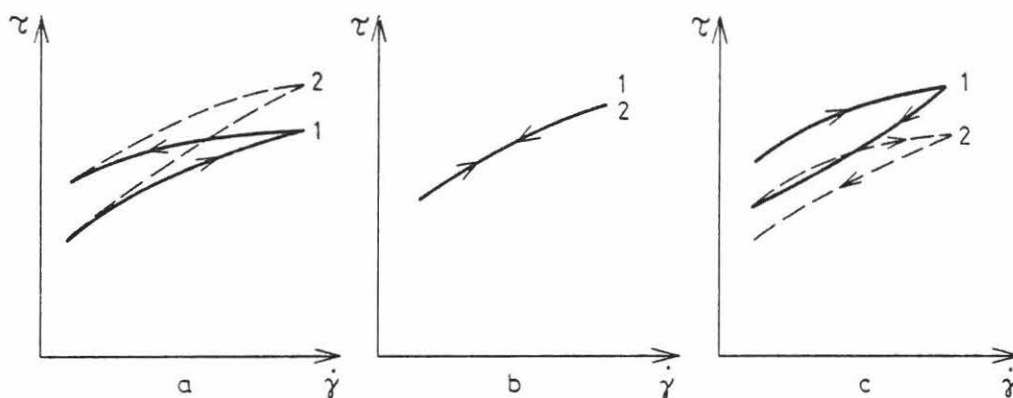
Andre forfattere

Med skyldig reference til Reynolds behandler Powers (5) også begrebet dilatans. Foruden dilatans af grove partikler omtaler Powers også en dilatanseffekt af fine partikler.

Koncentrerede opslemninger af kvartspulver i vand opfører sig forskelligt ved forskydning alt efter koncentration og forskydningshastighed. Ved at sænke en glaspind ned på overfladen af en 45-50 vægtprocent kvartsopslemning og slippe den, vil den falde langsomt ned i opslemningen, som var det en tyk sirup. Tager man i stedet glaspinden og lader den falde højt oppe fra og ned på overfladen, vil den straks blive standset af overfladen, og denne vil måske endda krakellere. Først herefter vil stangen synke langsomt ned i opslemningen. Det ses altså, at ved en stor forskydningshastighed vil materialet gøre en større modstand mod bevægelsen, fordi partiklerne fjernes fra hinanden og derved skabes et undertryk i systemet.

Ved at måle på forskellige opslemninger af kvartspulver i vand i et rotationsviskosimeter vil man observere, at ved koncentrationer på 40-45 vægtprocent opfører opslemningen sig nærmest som en newtonsk væske med en ret præcis bestemt viskositet. Forøges koncentrationen til 50-55 vægtprocent stiger forskydningsspændingen mere end svarende til stigningen i forskydningshastighed. Det betyder, at viskositeten - målt som tangenthældningen - bliver større. Man kan kalde dette for en dilatanseffekt, selv om der ikke sker nogen aktuel volumenforøgelse. Måske er effekten snarere en følge af partikelinterferens. Det skal endvidere ikke overses, at ingen af de nævnte suspensioner har en flydespænding, fordi der ikke er kræfter imellem partiklerne. Suspensionerne kan ikke udvise tixotropi, d.v.s. det forhold, at viskositeten først falder med længere påvirkningstid for derefter at stige igen, når forskydningen stoppes.

I forbindelse med beskrivelsen af cementpastaers reologi kommer Powers også ind på begreberne tixotropi og dilatans. Som udgangs-



Figur 5. Reogrammer for cementpasta.

- a. 1/4 time
- b. 3/4 time
- c. 3 timer.

punkt anvendes de velkendte diagrammer over cementpastaers opførsel ved forskydning på 3 tidlige tidspunkter. Forsøgene er udført af Ish-Shalom og Greenberg (2). Figur 5 viser forskydningsspænding/forskydningshastighedskurver for cementpastaer, der er henholdsvis 1/4 time, 3/4 time og 3 timer gamle. Sådanne kurver kan kaldes reogrammer.

Kurve 1 og 2 i hvert diagram viser, hvorledes forløbet vil være efter 2 på hinanden følgende forskydninger af samme prøve.

Figur 5 a viser, at viskositeten stiger, d.v.s. en cementpasta er antitixotrop på et tidspunkt inden afbindingen sætter ind. Også flydespændingen stiger fra 1 til 2. Powers anfører, at Gaskin mere hælder til den antagelse, at den samlede opførsel skyldes tixotropi og dilatans samtidig i prøven. Eksistensen af en flydespænding skyldes svage kræfter mellem partiklerne. Ved lave forskydningshastigheder er den tixotrope effekt dominerende, men ved store forskydningshastigheder udviser materialet dilatans. Den højere liggende kurve 2 kan også forklares ved, at de udefra påtrykte bevægelser og deformationer giver anledning til en fremskyndelse af gipsens krystallisation og påfølgende geldannelse.

Figur 5 b viser et reversibelt forløb eller et ikke-tixotrop forløb. Dog anfører Powers, at det er mere sandsynligt, at pastaen findes i en sådan tilstand, at den tixotrope nedbrydning er bragt til ende

inden kurve 2 påbegyndes. Her er viskositet og flydespænding uændret ved de to forsøg.

Figur 5 c viser forløbet efter 3 timer. Man ser et tixotrop forløb (modsat af a). Materialet bliver mere tyndtflydende ved bevægelse, idet både flydegrænse og viskositet falder.

Reiner (6) behandler også begrebet dilatans. Indledningsvis bemærkes, at man ofte antager, at materialers reologiske opførsel lader sig beskrive med ganske få parametre, f.eks. en simpel sammenhæng mellem forskydningsspænding og forskydningshastighed. Ydermere antages det, at en isotrop spændingspåvirkning giver en dilatation eller en volumenændring, men ikke nogen formændring. Dette er for snævert, mener Reiner og anfører, at begreberne dilatans, tværelasticitet i væsker (Weissenberg-effekt) og Poynting-effekt netop viser, at de nævnte simple antagelser ikke er tilstrækkelige til beskrivelse af de reologiske forhold i et materiale.

Udover en omtale af Reynolds forsøg gør Reiner nogle betragtninger over dilatans som en almen egenskab. Den tidligere nævnte dilatans i sand er en positiv dilatans, men der findes også systemer med en negativ dilatans. Som eksempel herpå nævner Reiner limopløsninger, hvor de enkelte partikler har form som tynde skiver, som støder sammen i kanterne. Ved en forskydningspåvirkning ødelægges denne struktur, og tætheden stiger i opløsningen.

I relation til dilatansbegrebet citerer Reiner et stykke fra Lord Kelvins artikel i 1875 om elasticitet:

"Det er muligt, at en forskydningsspænding i et fuldkomment isotropt fastlegeme kan frembringe en sammentrykning eller dilatation, som er proportionalt med kvadratet på spændingen. Det er muligt, at denne effekt kan erkendes ved gummi eller kork eller ved andre materialer, som er i stand til at opretholde sine elasticitetssegenskaber selv ved store formændringer eller sammentrykninger."

Reiner anfører, at det er uforståeligt, at Reynolds ikke har bragt dette i forbindelse med sine iagttagelser. Han må have opdaget, at der ingen forskel er på, hvilken retning forskydningspåvirkningen

har. Det er urealistisk at forestille sig, at et skub til højre giver en "dilatation", mens et skub til venstre giver en "kondensation".

Dette medfører, at en forskydningsspænding kun kan indgå i en lige potens i en reologisk ligning, hvilket er i overensstemmelse med Kelvins betragtninger.

Reiner nævner, at han ikke har observeret elastisk dilatans i fastgummi eller kork. Negativ dilatans lader sig iagttage i porøs gummi, hvilket kan demonstreres med en svamp. Ved at forsyne en svamps to parallelle sider med faste flader, der sikrer en parallel bevægelse, kan man ved en tangentiell forskydning observere, at de to parallelflader nærmer sig hinanden.

Udsættes et elastisk legeme for et isotropt tryk p og en forskydningsspænding τ anfører Reiner, at volumendeformationen kan skrives som

$$e_v = \frac{p}{\kappa} + \frac{\tau^2}{\delta}$$

hvor κ er kompressionsmodulet $[ML^{-1} T^{-2}]$
 δ er dilatansmodulet $[M^{-2} L^2 T^4]$

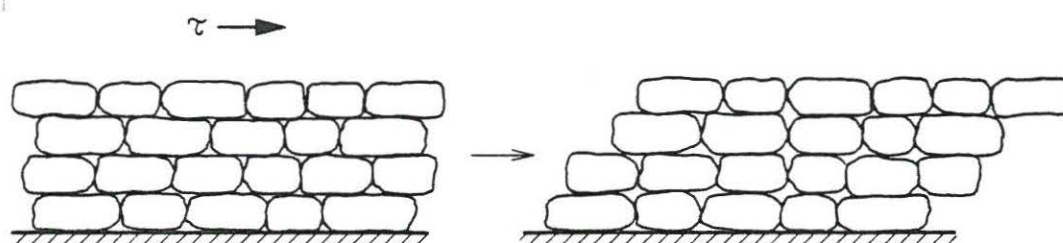
Reiner behandler ikke yderligere denne formel, specielt heller ikke det her indførte dilatansmodul.

Da dilatansen afhænger af kvadratet på τ kaldes det en 2. ordens effekt. Til opnåelse af en lille forskydning kan den nødvendige spænding antage en relativ stor værdi, men det medfører, at elasticitetsmodulet må være stort. Det betyder, at så længe forskydningen er lille, må spændingen også være det. Det betyder, at dilatanseffekten udtrykt ved dilatansmodulet kan negligeres. Dette er grunden til, at man ikke tager hensyn til dilatans i den klassiske elasticitetsteori. Når der er tale om store forskydninger, er sagen en anden, som Kelvin meget tidligt forudså.

Endelig bemærker Reiner, at man kan tale om plastisk og viskos dilatans. F.eks. nævnes eksistensen af positive og negative reynolds plastiske legemer.

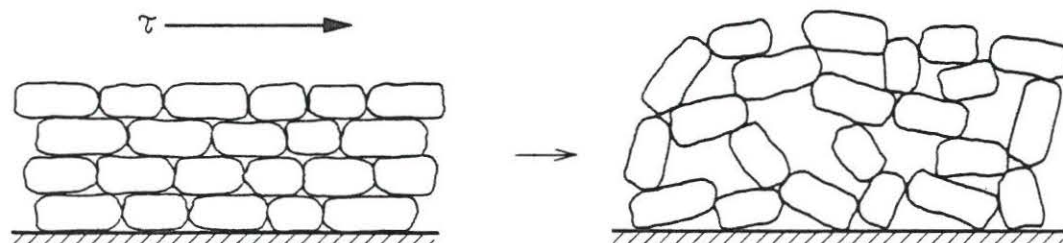
Bache (1) behandler problemet dilatans i relation til beton. Dette sker på baggrund af en antagelse om, at hvis man kunne nedsætte de overfladekræfter, der findes imellem cementkornene i en pasta, kunne man få en mere flydende pasta ved et langt lavere v/c -tal end normalt. Superplastificeringsmidler har netop denne effekt, og resultatet bliver en pasta, som har en anden flydeopførsel end normal pasta.

Figur 6 viser et tætpakket partikelsystem med svage overfladekræfter. Ved langsom bevægelse glider partiklerne forbi hinanden, og materialet opfører sig som en træg væske.



Figur 6. Flydeopførsel ved små deformationshastigheder.

Figur 7 viser det samme system, som nu udsættes for hurtige bevægelser, og man observerer da, at de tætpakkede korn løsnes, hvorved der skabes et undertryk i væsken. Dette undertryk modsætter sig bevægelsen med en større modstand til følge. I praksis betyder det, at man ikke skal blande sin flydebeton ved for store blandehastigheder.



Figur 7. Flydeopførsel ved store deformationshastigheder.

p.g.a. de enkelte korns sammenlåsning. Ved direkte forskydningsforsøg målt volumetøjninger på forskellige blandinger, og man fandt, at et større indhold af fint materiale giver et mindre dilatant materiale. Forsøgene er kun beskrevet i mindre omfang, og der er efter oplysning fra Tassios ikke foretaget yderligere undersøgelser af dilatans.

Sammenfatning

Dilatans er ikke et ukendt begreb, men måske er det upåagtet. Årsagen til, at begrebet dilatans behandles her, er, at man ved studiet af frisk betons egenskaber arbejder med systemer, hvor tilslagspartikler ligger i en cementpasta. En sådan cementpasta kan gøres tættere end normalt, f.eks. ved erstatning af dele af cementen med silica under samtidig brug af SPT. Se (3) om silicacementbaserede produkter. Når en sådan beton udsættes for forskydning, hvilket sker i en blandemaskine eller ved komprimering, kan man ved store forskydningshastigheder opnå, at materialet bliver stift, selv om det er ret flydende ved små forskydninger.

Dilatanseffekten må antages at få større betydning, jo tættere man pakker sit system, hvilket man næsten altid er interesseret i af hensyn til systemets (slut)egenskaber. Dette bemærkes også i (4).

I det foregående er problemet søgt behandlet i sådant omfang, at man skulle kunne tage det i betragtning ved fremtidige analyser af visse systemers opførsel. Om man engang kan komme frem til en mere generel matematisk beskrivelse, skal være usagt på dette sted.

Litteratur

1. Bache, H. H.: Superplastificerende tilsætningsstoffers effekt for flydning og komprimering af frisk beton.
Dansk Betonforening, publikation nr. 2: 1978.
2. Ish-Shalom, M. & S. A. Greenberg: The reology of fresh portland cement pastes.
Proceedings of the IV. International symposium on the chemistry of cement, vol. II, p 731-743. Washington 1960.
3. Jensen, Jens Kr. Jehrbo: Høj kvalitet silica-cementbaserede materialer.
Referat af CBL-kursus, november 1979. AUC, Instituttet for Bygningsteknik.
4. Pedersen, G. K.: 2-punkts metoder til måling af betons bearbejdelighed.
AUC, Instituttet for Bygningsteknik, april 1976.
5. Powers, T. C.: Properties of fresh concrete.
John Wiley & Sons, 1968.
6. Reiner, M.: Rheologie in elementarer Darstellung.
Carl Hanser Verlag, München 1960.
7. Reynolds, O.: On the dilatancy of media composed by rigid particles in contact. With experimental illustrations.
Philosophical magazine and journal of Science. S5. Vol. 20, nr. 127, december 1885, p 469-481.
8. Tassios, T. P.: Plasticity and cohesiveness of fresh concrete.
RILEM-seminar: Fresh concrete. Important properties and their measurement.
Leeds 1973.